



DST de :

## MATHEMATIQUES EXPERTES

<b>Date du DST :</b>	<b>Mardi 3 octobre 2023</b>	<b>Durée de l'épreuve :</b>	<b>1h30 heure</b>
<b>Nom du professeur :</b>	<b>Mme FAHLAOUI</b>	<b>Groupe :</b>	<b>TOPTMATEX1</b>
<b>Matériel autorisé :</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'usage de la calculatrice graphique est autorisé pour cette épreuve.</li> <li>• L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé pour cette épreuve.</li> </ul>		
<b>Consignes particulières :</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mettre la copie dans la pochette, compléter l'annexe et ne pas rendre le sujet</li> <li>• Soigner la rédaction.</li> </ul>		

### Exercice 1

Cet exercice se présente sous la forme d'un « **Vrai-Faux** » auquel vous répondrez directement sur la pochette jointe à ce sujet (**voir l'annexe page 3 de la pochette**).

### Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes (les solutions seront données sous forme algébrique) :

1.  $(E_1) : 4z - 5 = (2 + 3i)z + 8 - i$
2.  $(E_2) : z = -z^3$
3.  $(E_3) : 2z + 2i = -i\bar{z} - 1$

### Exercice 3

Soient  $x$  un réel et deux nombres complexes  $z_1$  et  $z_2$  définis par :

$$z_1 = 3x - 3 + i(x^2 + 1) \quad \text{et} \quad z_2 = x^2 - x + i(x^2 - 1)$$

1. Déterminer les éventuelles valeurs de  $x$  telles que  $z_1 + z_2$  soit un imaginaire pur.
2. Déterminer les éventuelles valeurs de  $x$  telles que  $z_1 + z_2$  soit un réel.

### Exercice 4

On considère la suite de nombres complexes  $(z_n)$  définie par :

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = iz_n - 4 \end{cases}$$

1. Calculer  $z_1, z_2, z_3, z_4$  et  $z_5$ .
2. Que conjecturer pour la suite  $(z_n)$ ? Pour la valeur de  $z_{2023}$ ?
3. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $z_n = (2 + 2i)i^n - 2 - 2i$ .
4. En déduire la démonstration de vos conjectures émises à la question 2.