



DST de :

MATHEMATIQUES EXPERTES

Date du DST :	Mardi 3 octobre 2023	Durée de l'épreuve :	1h30 heure
Nom du professeur :	Mme FAHLAOUI	Groupe :	TOPTMATEX1
Matériel autorisé :	<ul style="list-style-type: none"> L'usage de la calculatrice graphique est autorisé pour cette épreuve. L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé pour cette épreuve. 		
Consignes particulières :	<ul style="list-style-type: none"> Mettre la copie dans la pochette, compléter l'annexe et ne pas rendre le sujet Soigner la rédaction. 		

Exercice 1

Cet exercice se présente sous la forme d'un « **Vrai-Faux** » auquel vous répondrez directement sur la pochette jointe à ce sujet (**voir l'annexe page 3 de la pochette**).

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes (les solutions seront données sous forme algébrique) :

1. $(E_1) : 4z - 5 = (2 + 3i)z + 8 - i$
2. $(E_2) : z = -z^3$
3. $(E_3) : 2z + 2i = -i\bar{z} - 1$

Exercice 3

Soient x un réel et deux nombres complexes z_1 et z_2 définis par :

$$z_1 = 3x - 3 + i(x^2 + 1) \quad \text{et} \quad z_2 = x^2 - x + i(x^2 - 1)$$

1. Déterminer les éventuelles valeurs de x telles que $z_1 + z_2$ soit un imaginaire pur.
2. Déterminer les éventuelles valeurs de x telles que $z_1 + z_2$ soit un réel.

Exercice 4

On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par :

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = iz_n - 4 \end{cases}$$

1. Calculer z_1, z_2, z_3, z_4 et z_5 .
2. Que conjecturer pour la suite (z_n) ? Pour la valeur de z_{2023} ?
3. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $z_n = (2 + 2i)i^n - 2 - 2i$.
4. En déduire la démonstration de vos conjectures émises à la question 2.